As constantes A, B, C e D são tais que a igualdade

$$\frac{1}{(x^2+2x+2)\cdot(x^2+4)} = \frac{Ax+B}{x^2+2x+2} + \frac{Dx+C}{x^2+4}$$

válida para todo $x \in R$

**a)** Deduza, da igualdade acima, um sistema linear com quatro equações, satisfeito pelas constantes A, B, C e D.

**b)** Resolva esse sistema e encontre os valores dessas constantes.

**RESPOSTA**



a)

$$\frac{1}{(x^2+2x+2)\cdot(x^2+4)} = \frac{Ax+B}{x^2+2x+2} + \frac{Dx+C}{x^2+4}$$

Multiplicando ambos os membros por $(x^2+2x+2)\cdot(x^2+4)$, obtemos:

$$1 = (Ax+B)(x^2+4) + (Dx+C)(x^2+2x+2)$$

$$1 = Ax^3 + 4Ax + Bx^2 + 4B + Dx^3 + 2Dx^2 + 2Dx + Cx^2 + 2Cx + 2C$$

$$1 = (A+D)x^3 + (B+2D+C)x^2 + (4A+2D+2C)x + 4B + 2C$$

Da identidade acima, temos:

$$\begin{cases} A+D=0 \\ B+2D+C=0 \\ 4A+2D+2C=0 \\ 4B+2C=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+D=0 \\ B+2D+C=0 \\ 2A+D+C=0 \\ 4B+2C=1 \end{cases}$$

b) Da primeira equação, temos $D=-A$. Considerando $D=-A$, nas equações restantes, temos um novo sistema

$$\begin{cases} -2A+B+C=0 \\ A+C=0 \\ 4B+2C=1 \end{cases}$$

Da segunda equação, temos $C=-A$ e um novo sistema

$$\begin{cases} -3A+B=0 \\ -2A+4B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12A-4B=0 \\ -2A+4B=1 \end{cases} \Rightarrow A=\frac{1}{10} \; e \; B=\frac{3}{10}$$

Por fim, $C = D = -\frac{1}{10}$.