Questão 163

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela $*$, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x \Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada b, que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a \Delta b) * (b \Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada $b = 1$.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

A $\sqrt{5}$

B $\sqrt{3}$

C $\sqrt{1}$

D $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

E $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

ALTERNATIVA E

Operações definidas no enunciado:

$(a\Delta b) = a^2 + ab - b^2$ **e** $(b\Delta a) = b^2 + ba - a^2$

Quando b = 1,

$(a\Delta 1) * (1\Delta a) = 0 \Rightarrow$

$(a^2 + a - 1) * (1 + a - a^2) = (a^2 + a - 1)(1 + a - a^2) + (a^2 + a - 1) = 0$, **pois** $x * y = xy + x$.

$(a^2 + a - 1)(1 + a - a^2 + 1) = 0 \Rightarrow$

$(a^2 + a - 1)(-a^2 + a + 2) = 0$

Portanto $a^2 + a - 1 = 0$ **ou** $-a^2 + a + 2 = 0$.

- $a^2 + a - 1 = 0$
  $\Delta = 1 - 4.1.(-1) = 5$
  $a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2.1} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

- $\boldsymbol{a^2 - a - 2 = 0}$
  $\Delta = \mathbf{1 - 4.1.(-2) = 9}$
  $\boldsymbol{a = \dfrac{1 \pm 3}{2.1} \Rightarrow}$
  $\boldsymbol{a = 2 \;\; ou \;\; a = -1}$

Valor máximo é $\boldsymbol{a = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ e a = 2.

Soma: $\boldsymbol{\frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 2 = \frac{-1+\sqrt{5}+4}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}}$