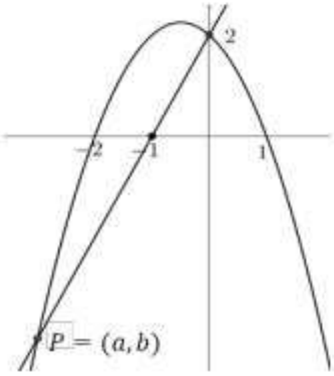
Questão 56

Na figura abaixo estão representados os gráficos de uma parábola, de uma reta, e o ponto $P = (a,b)$, que é um dos pontos de interseção da reta com a parábola.



O valor de $a + b$ é

a) −7,5.

b) −7.

c) −6,5.

d) −6.

RESOLUÇÃO

Sejam $y = mx + h$ a equação da reta, e $y = \alpha \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ a expressão, na forma fatorada, da função quadrática que descreve a parábola.

Como os pontos $(-1{,}0)$ e $(0{,}2)$ pertencem à reta, segue que:

$$\begin{cases} m \cdot (-1) + h = 0 \\ m \cdot 0 + h = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ h = 2 \end{cases}$$

Assim, a reta tem equação $y = 2x + 2$.

Como os pontos $(-2{,}0)$ e $(1{,}0)$ pertencem à parábola, então as raízes da função quadrática são $x_1 = -2$ e $x_2 = 1$, de modo que sua forma fatorada é:

$$y = \alpha \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)$$

Como o ponto $(0{,}2)$ também pertence à parábola, temos que:

$$\alpha \cdot (0 + 2) \cdot (0 - 1) = 2 \Leftrightarrow \alpha = -1$$

Portanto, a parábola tem equação $y = (-1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) = -x^2 - x + 2$.

Fazendo agora a intersecção entre a reta e a parábola:

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 2 \\ 2x + 2 = -x^2 - x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 2 \\ x^2 + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 2 \\ x = -3 \text{ ou } x = 0 \end{cases}$$

Assim, os pontos em comum são $(-3, -4)$, que é o ponto em questão, e $(0{,}2)$, que apenas confirma a intersecção que já podíamos visualizar no gráfico dado.

Logo:

$$(a, b) = (-3, -4) \Longrightarrow a + b = (-3) + (-4) = -7$$

ALTERNATIVA B