

Questão 62

QUESTÃO 62

Seja $p(x) = x + 2024$. A equação

$$p(x) + p(2x) + p(3x) + \dots + p(2023x) + p(2024x) = 0$$

tem uma solução x que satisfaz:

- a) $x < -2$. c) $0 < x < 2$.
b) $-2 < x < 0$. d) $x > 2$.

RESOLUÇÃO

A soma $p(x) + p(2x) + p(3x) + \dots + p(2023x) + p(2024x)$ é dada por:

$$\begin{aligned} p(x) + p(2x) + p(3x) + \dots + p(2023x) + p(2024x) &= \\ (x + 2024) + (2x + 2024) + (3x + 2024) + \dots + (2023x + 2024) + (2024x + 2024) &= \\ (x + 2x + 3x + \dots + 2023x + 2024x) + 2024 \cdot 2024 & \end{aligned}$$

Agora, lembramos que a soma S_n dos n primeiros termos de uma PA (a_1, a_2, \dots, a_n) é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Assim:

$$\begin{aligned} p(x) + p(2x) + p(3x) + \dots + p(2023x) + p(2024x) = 0 &\Leftrightarrow \\ \frac{(x + 2024x) \cdot 2024}{2} + 2024 \cdot 2024 = 0 &\Leftrightarrow \frac{(2025x) \cdot 2024}{2} = -2024 \cdot 2024 \Leftrightarrow \\ \frac{2025x}{2} = -2024 &\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{4048}{2025}} \end{aligned}$$

Assim, sendo:

$$-\frac{4050}{2025} < -\frac{4048}{2025} < \frac{0}{2025} \Leftrightarrow -2 < x < 0$$

ALTERNATIVA: B